Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$-24 \le x+1 \le 24$ $-25 \le x \le 23$ Card $A = 49$	**2p** **1p** **2p**
2.	$2x-1 = 2x^2 - 3x + 1$ $x_1 = 2,\ x_2 = \frac{1}{2}$ Punctele de intersecție sunt $(2,3)$ şi $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$	**1p** **2p** **2p**
3.	$1 + 7x = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$ $x(x^2 + 3x - 4) = 0$ $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -4$	**1p** **1p** **3p**
4.	Alegem 2 numere impare din cele 5 în $C_5^2 = 10$ moduri Alegem un număr par din cele 5 în 5 moduri Sunt 50 de submulțimi	**2p** **1p** **2p**
5.	Mijlocul segmentului are coordonatele (2,1) Dreapta AB are panta 3, deci mediatoarea are panta $-\frac{1}{3}$ Ecuația mediatoarei este $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$	**1p** **2p** **2p**
6.	$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{3}$ $\sin x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & m & m^2 \\ m & m^2 & 1 \\ m^2 & 1 & m \end{vmatrix} = -(m^3-1)^2$ Finalizare: $m = 1$	**3p** **2p**
b)	Dacă sistemul are soluții nenule, atunci $\Delta = 0$ În acest caz, sistemul se reduce la $x + y + z = 0$ Această ecuație nu are soluții cu toate componentele strict pozitive	**2p** **1p** **2p**
c)	Pentru $m = 1$, rangul este 1 Pentru $m \ne 1$, rangul este 3	**2p** **3p**

2.a)	$(x*y)*z=\frac{1}{4}(x-1)(y-1)(z-1)+1$ şi $x*\left(y*z\right)=\frac{1}{4}(x-1)(y-1)(z-1)+1$	**4p**
	Finalizare: legea este asociativă	**1p**
b)	Trebuie să arătăm că există $e\in\mathbb{R}$ astfel încât $x*e=e*x=x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**1p**
	$x*e=x\Leftrightarrow x+e-xe+1=2x\Leftrightarrow(e+1)(x-1)=0,\forall x\in\mathbb{R}$, deci $e=-1$	**3p**
	Verificarea relației $(-1)*x=x,\forall x\in\mathbb{R}$	**1p**
c)	$x*x*x=\frac{x^3-3x^2+3x+3}{4}$	**2p**
	Ecuația $x*x*x=3$ este echivalentă cu $(x-3)\underbrace{\left(x^2+3\right)}_{>0}=0\Rightarrow x=3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f(-x)=-x^3+3x+2$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3-3x+2}{-x^3+3x+2}=-1$	**3p**
b)	$f'\left(x\right)=3x^2-3$	**2p**
	$f'\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in\left[-1,1\right]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left[-1,1\right]$	**3p**
c)	$f\left(1\right)=0,\ f\left(-1\right)=4,\ \lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty,\ \lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$	**2p**
	Din studiul variației funcției deducem că ecuația $f\left(x\right)=m$ are trei soluții reale distincte dacă şi numai dacă $m\in(0,4)$	**3p**
2.a)	$I_2=\int_0^1 1dx-2\int_0^1 x^2dx+\int_0^1 x^4dx=$	**1p**
	$=\left(x-\frac{2x^3}{3}+\frac{x^5}{5}\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{8}{15}$	**1p**
b)	$I_n-I_{n+1}=\int_0^1 x^2(1-x^2)^n dx\ge 0$ pentru orice n, deci şirul este descrescător	**3p**
	$I_n\ge 0$, deci şirul este mărginit inferior	**1p**
	Finalizare	**1p**
c)	$I_n=x(1-x^2)^n\Big\vert_0^1-n\int_0^1 x(1-x^2)^{n-1}\cdot\left(-2x\right)dx=$	**2p**
	$=-2n\int_0^1\left[(1-x^2)-1\right](1-x^2)^{n-1}dx=$	**1p**
	$=-2nI_n+2nI_{n-1}\Rightarrow\left(2n+1\right)I_n=2nI_{n-1},\ \forall n\ge 2$	**2p**