

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $a = |\sqrt{3} - 5| + |\sqrt{3} - 1|$ este un număr întreg.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- 5p 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, sistemul
$$\begin{cases} 2x - 1 = y \\ x^2 - 2x + 3 = y \end{cases}$$
- 5p 4. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt{3 + 4x} = 5$.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{u} = \vec{i} - 5\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC în care $AB = 3$, $BC = 8$ și $m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_8 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$.

- 5p a) Calculați, în \mathbb{Z}_8 , $\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{7}$.
- 5p b) Verificați, în \mathbb{Z}_8 , egalitatea $\hat{2}^{10} + \hat{2}^8 + \hat{2}^6 + \hat{2}^4 + \hat{2}^2 = \hat{4}$.
- 5p c) Determinați inversul elementului $\hat{7}$ în inelul $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$.
- 5p d) Rezolvați, în \mathbb{Z}_8 , ecuația $\hat{7}x + \hat{2} = \hat{5}$.
- 5p e) Arătați că ecuația $x^2 + \hat{5} = \hat{0}$ nu are soluții în mulțimea \mathbb{Z}_8 .
- 5p f) Rezolvați sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y = \hat{4} \\ \hat{3}x + \hat{2}y = \hat{1} \end{cases}$$
, unde $x, y \in \mathbb{Z}_8$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = I_3 + A$.

- 5p a) Calculați $\det(C + {}^tC)$, unde tC este transpusa matricei C .
- 5p b) Calculați A^3 , unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.
- 5p c) Verificați egalitatea $(I_3 + A)(I_3 - A + A^2) = I_3$.
- 5p d) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $(I_3 + aA)(I_3 + A + A^2) = I_3$.
- 5p e) Calculați inversa matricei C .
- 5p f) Determinați numerele reale x, y, z care verifică egalitatea $xC + yA^2 + zI_3 = A$.