

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Model

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică  
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că  $a + ib$  este conjugatul numărului complex  $z = \frac{1+i}{1-i}$ .
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4x - 12$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x^2 - 4) = \log_3(6x - 12)$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 100.
- 5p 5. Se consideră punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  astfel încât  $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$  și  $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ . Determinați lungimea vectorului  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii  $AC$  a triunghiului  $ABC$ , știind că  $BC = 8$ ,  $A = \frac{\pi}{4}$  și  $C = \frac{7\pi}{12}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real  $x$  se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -x \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $A(x) + A(-x) = 2A(0)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $\det(A(x)) = 0$ .
- 5p c) Arătați că există o infinitate de matrice  $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$  care verifică relația  $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + mX^2 + mX + 1$ , unde  $m$  este un număr real.
- 5p a) Calculați  $f(-1)$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $m$  știind că  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -1$ , unde  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile complexe ale polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care toate rădăcinile polinomului  $f$  sunt reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ .
- 5p a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .
2. Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^x dx$ .
- 5p a) Calculați  $I_1$ .
- 5p b) Arătați că  $I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$ , pentru orice număr natural nenul  $n$ .
- 5p c) Demonstrați că  $I_n = n! \left( e - 1 - \frac{1}{1!} - \dots - \frac{1}{n!} \right)$ , pentru orice număr natural nenul  $n$ .