

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ cu termeni reali, știind că $b_2 = 1$ și $b_5 = 8$.
- 5p** 2. Calculați $(f \circ f)(0)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 7$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \log_5(x-3) = \log_5(x-1)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$, acesta să fie număr divizibil cu 11.
- 5p** 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ și $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Rezolvați în mulțimea $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ecuația $2 \sin x - 1 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $A \cdot B = B \cdot A$.
- 5p** b) Verificați dacă $\det(A+B) > \det A + \det B$.
- 5p** c) Determinați numărul matricelor $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ pentru care $X^2 = A$, unde a și b sunt numere reale.
2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f = X^3 + X + a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Pentru $a = -2$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real a , știind că $(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3) = 2$.
- 5p** c) Pentru $a \neq 0$, determinați un polinom de grad trei, având coeficienții reali, care are rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ și $\frac{1}{x_3}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x+1) - \ln x$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că funcția f este descrescătoare.
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$.
2. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+2}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 (x+2)f(x)dx$.
- 5p** b) Arătați că $\int_{2013}^{2014} (f(x) + (x+2)f'(x))dx = 1$.
- 5p** c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)}$.