

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale dreptei $y = 2x - 1$ cu parabola $y = 2x^2 - 3x + 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 10\}$. Determinați numărul de submulțimi cu 3 elemente ale mulțimii A , submulțimi care conțin exact 2 numere impare.
- 5p** 5. Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$, unde $A(1, -2)$ și $B(3, 4)$.
- 5p** 6. Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos 2x = \frac{1}{3}$, calculați $\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + my + m^2z = 0 \\ mx + m^2y + z = 0 \\ m^2x + y + mz = 0 \end{cases}$$
, unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Determinați valorile lui m pentru care determinantul matricei sistemului este nul.
- 5p** b) Arătați că pentru nicio valoare a lui m sistemul nu are o soluție (x_0, y_0, z_0) cu $x_0, y_0, z_0 > 0$.
- 5p** c) Arătați că rangul matricei sistemului este diferit de 2, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.
2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1)$.
- 5p** a) Verificați dacă legea de compoziție „*” este asociativă.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „*” admite element neutru.
- 5p** c) Rezolvați ecuația $x * x * x = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(-x)}$.
- 5p** b) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-1, 1]$.
- 5p** c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = m$ are trei soluții reale distincte.
2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$.
- 5p** a) Calculați I_2 .
- 5p** b) Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este convergent.
- 5p** c) Demonstrați că $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$, pentru orice $n \geq 2$.