Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_1 \cdot q^4 = 48$ și $b_1 \cdot q^7 = 384 \Rightarrow q = 2$	**3p**
	$b_1 = 3$	**2p**
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$ și $x_2 = 6$, deci graficul funcției f intersectează axa Ox în punctele $(1,0)$ și $(6,0)$	**3p**
	Distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox este egală cu 5	**2p**
3.	$\left(2^5\right)^x = 2^4 \cdot 2^x \Leftrightarrow 5x = 4 + x$	**3p**
	$x = 1$	**2p**
4.	Mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ sunt 2 numere care verifică egalitatea, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{2}{5}$	**2p**
5.	$\dfrac{a+1}{6} = \dfrac{a-1}{2} \Leftrightarrow 2a + 2 = 6a - 6$	**3p**
	$a = 2$	**2p**
6.	$(2\sin x + \cos x)^2 = 4\sin^2 x + 4\sin x\cos x + \cos^2 x$	**2p**
	$(\sin x + 2\cos x)^2 = \sin^2 x + 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x \Rightarrow (2\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 - 4\sin 2x = 5\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) + 8\sin x\cos x - 4\cdot 2\sin x\cos x = 5$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$, $\det(2A) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} =$	**3p**
	$= 2\cdot 2 - 4\cdot 8 = 4 - 32 = -28$	**2p**
b)	$A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2x \\ 2y & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2+2x \\ 4+2y & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix} 1 & 2+2x \\ 4+2y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -1$ și $y = -2$	**3p**
c)	$AB = \begin{pmatrix} 2y & x \\ y & 4x \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 4x & x \\ y & 2y \end{pmatrix}$	**2p**
	$AB = BA \Leftrightarrow y = 2x$, deci $\det B = \begin{vmatrix} 0 & x \\ 2x & 0 \end{vmatrix} = -2x^2 \le 0$, pentru orice număr real x	**3p**

2.a)	$(-1)\circ 1=3\cdot(-1)\cdot 1+3\cdot(-1)+3\cdot 1+2=$	**3p**
	$=-3-3+3+2=-1$	**2p**
b)	$3x^2+3x+3x+2=x \Leftrightarrow 3x^2+5x+2=0$	**3p**
	$x_1=-\frac{2}{3}$ şi $x_2=-1$	**2p**
c)	$3ab+3a+3b+3-1=8 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)=3$	**3p**
	Cum a şi b sunt numere întregi, obţinem $(-4,-2)$, $(-2,-4)$, $(0,2)$ şi $(2,0)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=(x-2)'e^x+(x-2)(e^x)'=$	**2p**
	$=e^x+(x-2)e^x=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-2)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-2}{e^{-x}}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuaţie $y=0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcţiei f	**2p**
c)	$f''(x)=xe^x$, $f''(x)=0 \Leftrightarrow x=0$	**2p**
	$f''(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0] \Rightarrow f'$ este descrescătoare pe $(-\infty,0]$	**1p**
	$f''(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty) \Rightarrow f'$ este crescătoare pe $[0,+\infty) \Rightarrow f'(x)\ge f'(0)=-1$, pentru orice număr real x	**2p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^2 2x\,dx=x^2\Big\|_1^2=$	**3p**
	$=4-1=3$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(x^2+\ln x+2016\right)'=2x+\frac{1}{x}=$	**2p**
	$=\frac{2x^2+1}{x}=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este o primitivă a funcţiei f	**3p**
c)	$V=\pi\int_1^2 g^2(x)dx=\pi\int_1^2\left(\frac{2x^2+1}{x}\right)^2dx=\pi\int_1^2\left(4x^2+4+\frac{1}{x^2}\right)dx=$	**2p**
	$=\pi\left(\frac{4x^3}{3}+4x-\frac{1}{x}\right)\Big\|_1^2=\frac{83\pi}{6}<14\pi$	**3p**