

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT

20 aprilie 2017

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 2x - 1$ , unde  $m$  este număr real.
- 7p a) Pentru  $m = -1$ , calculați  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ .
- 8p b) Determinați valorile reale ale lui  $m$ , pentru care ecuația  $f(x) = 0$  are două soluții reale distincte.
2. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu  $AD \perp DB$ ,  $AB = 2BC$  și punctele  $M$  și  $N$ , mijloacele laturilor  $AB$ , respectiv  $CD$ .
- 7p a) Arătați că perimetrul paralelogramului  $ABCD$  este de două ori mai mare decât perimetrul triunghiului  $AMD$ .
- 8p b) Demonstrați că triunghiul  $MBN$  este echilateral.
3. Se consideră matricea  $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & x & y \\ y & 1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.
- 7p a) Demonstrați că  $(A(0,0))^3 = I_3$ .
- 8p b) Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$  pentru care  $\det(A(m, n)) = 0$ .
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ .
- 7p a) Demonstrați că funcția  $f$  are două puncte de inflexiune.
- 8p b) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$  are aria egală cu  $\ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a IX-a (3 ore).

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"><li>1. <b>Identificarea</b> în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor</li><li>2. <b>Reprezentarea</b> adecvată a mulțimilor și a operațiilor logice în scopul identificării unor proprietăți ale acestora</li><li>3. <b>Alegerea și utilizarea</b> de algoritmi pentru efectuarea unor operații cu numere reale, cu mulțimi, cu propoziții/predicate</li><li>4. <b>Deducerea</b> unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice</li><li>5. <b>Redactarea</b> rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor</li><li>6. <b>Transpunerea</b> unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li></ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale</li><li>• Propoziție, predicat, cuantificatori</li><li>• Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență) corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd</li><li>• Inducția matematică</li></ul>

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Pentru o evaluare la finalul unității de învățare **Mulțimi și elemente de logică matematică** (clasa a IX-a, 3 ore), a trei dintre competențele specifice precizate în secvența de mai sus, elaborați doi itemi: *un item de tip alegere multiplă și un item de tip întrebare structurată* (cu trei cerințe).

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- formatul fiecărui item elaborat în vederea evaluării competențelor specifice alese;
- răspunsul așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.