Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_1 = 5$ şi $r = 2$. Calculați suma primilor 5 termeni ai progresiei.

5p **2.** Determinați numărul real *m* pentru care ecuația $x^2 - (m+1)x + m = 0$ are soluții reale egale.

5p **3.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = 2^{x+1} - 1$ cu axele *Ox* şi respectiv *Oy*.

5p **4.** Calculați $2C_4^2 - 3A_4^1$.

5p **5.** Se consideră vectorii $\overrightarrow{v_1} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ şi $\overrightarrow{v_2} = (a+3)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Determinați numărul $a > 0$ pentru care vectorii $\overrightarrow{v_1}$ şi $\overrightarrow{v_2}$ sunt coliniari.

5p **6.** Aria triunghiului *MNP* este egală cu 16, iar $MN = NP = 8$. Calculați $\sin N$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A_n(n-1, n+2)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **a)** Determinați ecuația dreptei A_1A_2.

5p **b)** Demonstrați că punctele A_m, A_n, A_p sunt coliniare, oricare ar fi $m, n, p \in \mathbb{N}^*$.

5p **c)** Pentru fiecare $p \in \mathbb{N}^*$ notăm $M_p = \left\{n \in \mathbb{N}^* \middle| A_nA_p \leq 2\right\}$. Determinați elementele mulțimii M_{2011}.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7)$, cu $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $m = 4$ determinați câtul şi restul împărțirii polinomului f la $X - 3$.

5p **b)** Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $27^x + 9^x - 17\cdot 3^x + 15 = 0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-4}{x^2+1}, & x \leq 0 \\ x - 4, & x > 0 \end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x_0 = 0$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{f(x)}{16 - x^2}$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(-1, -2)$.

2. Se consideră funcțiile $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x) = 3m^2x^2 + 6mx + 9$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f_0.

5p **b)** Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1, axa *Ox* şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = 1$.

5p **c)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 \frac{f_2(x) - 9}{x}\cdot e^x\,dx$.