

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Model

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex  $z = 1 + i$ . Calculați  $(z - 1)^2$ .
- 5p 2. Arătați că  $3(x_1 + x_2) - 4x_1x_2 = 3$ , știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 5x + 3 = 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreapta  $d$  de ecuație  $y = 3x + 4$  și punctul  $A(1, 0)$ . Determinați ecuația paralelei duse prin punctul  $A$  la dreapta  $d$ .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 12$  și  $C = \frac{\pi}{6}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & a+1 \\ 2 & a+2 & a+3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Calculați  $\det(A(a))$ .
- 5p b) Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $2A(n^2) - A(n) = A(6)$ .
- 5p c) Arătați că există o infinitate de matrice  $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$  care verifică relația  $A(2015) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + mX - 3$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m = 2$ , arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $m$ , știind că polinomul  $f$  este divizibil cu  $X + 1$ .
- 5p c) Arătați că, pentru orice număr real strict pozitiv  $m$ , polinomul  $f$  are două rădăcini de module egale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{e^x - x}$ .
- 5p a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ .
- 5p a) Calculați  $\int_0^2 f^2(x) dx$ .
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este funcție crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$ . Arătați că  $nI_n = \sqrt{5} - 4(n-1)I_{n-2}$  pentru orice număr natural  $n$ ,  $n \geq 3$ .