Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 3$ şi raţia $r = 2$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = 1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulţimilor cu trei elemente ale mulţimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ şi $C(-2,5)$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AM}$, ştiind că M este mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** Calculaţi $\operatorname{ctg} a$, ştiind că $\sin a = \frac{1}{3}$ şi $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det(A(3))$.
5p	**b)** Arătaţi că $A(-2015) + A(2015) = 2A(0)$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = x^2$.
	2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + aX$, unde $\mathbb{Z}_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ şi $a \in \mathbb{Z}_5$.
5p	**a)** Calculaţi $f(\hat{0})$.
5p	**b)** Determinaţi $a \in \mathbb{Z}_5$, ştiind că $f(\hat{3}) = \hat{3}$.
5p	**c)** Arătaţi că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
	2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$.
5p	**a)** Calculaţi $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+1}\right)dx$.
5p	**b)** Arătaţi că $\int_0^1 x f(x)\,dx = \frac{4}{3} - \ln 2$.
5p	**c)** Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 0$, $x = 1$, are aria egală cu $\frac{1}{2} + \ln\left(n^2 + n\right)$.