

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați primul termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_5 = 48$ și $b_8 = 384$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 7x + 6$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $32^x = 16 \cdot 2^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr natural n din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, acesta să verifice egalitatea $n^2 - 5n + 6 = 0$.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Arătați că $(2\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 - 4\sin 2x = 5$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det(2A) = -28$.
- 5p b) Determinați numerele reale x și y , știind că $A + 2B = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Dacă $AB = BA$, arătați că $\det B \leq 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 5p a) Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.
- 5p c) Determinați perechile (a, b) de numerele întregi, știind că $a \circ b = 8$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-2)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x-1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f'(x) \geq -1$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = 3$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2016$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ este mai mic decât 14π .