

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2(a-ib)+i(a+ib)=4+5i \Leftrightarrow (2a-b)+i(a-2b)=4+5i$, unde $z=a+ib$, $a,b \in \mathbb{R}$ $a=1$, $b=-2$, deci $z=1-2i$	3p 2p
2.	$(f \circ f)(x)=3-2(3-2x)=4x-3$ $4x-3 < x \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$	2p 3p
3.	$3^{x^2+1} \cdot 3^1 = 3^3 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 3$ $x = -1$ sau $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea A are C_6^2 submulțimi cu două elemente, deci numărul cazurilor posibile este egal cu 15 Mulțimea A are C_3^2 submulțimi cu două elemente care conțin numai numere pare, deci numărul cazurilor favorabile este egal cu 3 $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$	1p 2p 2p
5.	$\overline{DC} = \overline{AB}$, deci $\vec{v} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{AM}$ $AM = 4\sqrt{2}$	3p 2p
6.	$E\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{2\pi}{3} =$ $= \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \in \mathbb{N}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(-2) = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-2)) = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 4 + 0 + 0 - 0 - 0 - 36 = -32$	2p 3p
b)	$\det(A(x) - xI_3) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 - x & 1 \\ x^2 - x & x^2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 - x \end{vmatrix} = x^2(1-x)(2x-1)$ $x^2(1-x)(2x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup \{0\}$	3p 2p

<p>c)</p>	$\Delta = \begin{vmatrix} a^2 + a & a^2 - a & 1 \\ a^2 - a & a^2 + a & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4a^3$ <p>Pentru orice a număr real nenul, obținem $\Delta \neq 0$, deci punctele P_a, P_{-a} și O nu sunt coliniare</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>2.a)</p>	$M(x) \cdot M(-x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 2^x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 2^{-x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x+x \\ 0 & 2^x \cdot 2^{-x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = M(0), \text{ pentru orice număr real } x$	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>b)</p>	<p>$M(x) \cdot M(-x) = M(-x) \cdot M(x) = I_3$, pentru orice număr real x</p> <p>Inversa matricei $M(x)$ este matricea $M(-x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 2^{-x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>c)</p>	$M(1) + M(2) + \dots + M(n) = \begin{pmatrix} n & 0 & 1+2+\dots+n \\ 0 & 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{pmatrix}$ $\det(M(1) + M(2) + \dots + M(n)) = \begin{vmatrix} n & 0 & \frac{n(n+1)}{2} \\ 0 & 2(2^n - 1) & 0 \\ 0 & 0 & n \end{vmatrix} = 2n^2(2^n - 1), \text{ pentru orice număr}$ <p>natural nenul n</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<p>1.a)</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+2)}{x(x+1)^2} =$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{(x+1)^2} = 2$	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>b)</p>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} = 1$ <p>Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>c)</p>	$\frac{a_{n+1}}{a_n} = f(n+1) = 1 - \frac{1}{n^2 + 4n + 4} < 1, \text{ pentru orice număr natural nenul } n$ <p>Cum $a_n > 0$ pentru orice număr natural nenul n, obținem $a_{n+1} < a_n$, deci șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este descrescător</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>

2.a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt{3x-2}-1}{x^2-1} = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{3x-2-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{3x-2}+1)} =$ $= \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{3}{(x+1)(\sqrt{3x-2}+1)} = \frac{3}{4}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>Pentru orice număr real m, funcția f este continuă pe $(-\infty, 1)$ și pe $(1, +\infty)$</p> $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (2^x + \sin(x-1) + m) = 2 + m, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \frac{3}{4} \text{ și } f(1) = 2 + m, \text{ deci funcția } f$ <p>este continuă pe $\mathbb{R} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{4}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	$f(0) = -\frac{1}{4} - \sin 1, \quad f(2) = \frac{1}{3}$ <p>f este continuă pe \mathbb{R} și $f(0) \cdot f(2) < 0$, deci ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0, 2)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>