

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $n = \log_3(\sqrt{7} - 2) + \log_3(\sqrt{7} + 2)$ este natural.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 6x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x + 2)^3 = (2 - x)^3$.
- 5p 4. Calculați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{0, 2, 4, 6, 8\}$.
- 5p 5. Punctele M , N și P verifică relația $2\overline{MN} + 3\overline{NP} = \vec{0}$. Calculați lungimea segmentului MP , știind că $MN = 3$.
- 5p 6. Arătați că $\sin x + \sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) + \sin(2\pi - x) = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & x & y \\ x & 1 & y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2, 3)) = 12$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(n^2, n)) \geq 0$, pentru orice număr natural n .
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care inversa matricei $B = A(x, 0) \cdot A(x, 0)$ este matricea $A(x, 0)$.
2. Se consideră polinomul $f = nX^n + X^2 - nX - 1$, unde n este număr natural, $n \geq 3$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr natural n , $n \geq 3$.
- 5p b) Arătați că, dacă n este număr natural impar, $n \geq 3$, atunci polinomul f este divizibil cu $X^2 - 1$.
- 5p c) Arătați că, pentru orice număr natural n , $n \geq 5$, polinomul f nu are rădăcini în mulțimea $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg x - x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{x^2}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) + g(x) = \frac{\pi}{2}$, pentru orice număr real x , unde $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \operatorname{arctctg} x + x$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{e-1}{e}$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(0, +\infty)$.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 f(x) dx$. Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este convergent.