Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$n(n+2)<14$ și $n\in\mathbb{N}\Rightarrow n=0$ sau $n=1$ sau $n=2$ Suma elementelor mulțimii este egală cu $0+1+2=3$	**3p** **2p**
2.	$b=1$ $a(x+1)+1=ax+1+2$, pentru orice număr real $x\Rightarrow a=2$	**2p** **3p**
3.	$(x+2)(x+8)>0$ Mulțimea soluțiilor inecuației este $(-\infty,-8)\cup(-2,+\infty)$	**2p** **2p**
4.	Numărul submulțimilor ordonate cu două elemente din $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ este egal cu $A_5^2=$ $=20$	**3p** **2p**
5.	$M(1,4)$ este mijlocul segmentului BC Coordonatele simetricului punctului A față de punctul M sunt $x=2$ și $y=6$	**2p** **3p**
6.	$EF=3$ ΔDEF este dreptunghic în E, deci $\sin D=\frac{3}{5}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{vmatrix}=0+0+0-(-1)-(-1)-0=$ $=1+1=2$	**3p** **2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $A\cdot A\cdot A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}=x\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=1,\ y=2$	**2p** **3p**
c)	$B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\det B=2$ $B^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$	**2p** **3p**

2.a)	$2\circ 9=2^{2\log_3 9}=2^{2\cdot 2}=$	**3p**
	$=2^4=16$	**2p**
b)	$x^{2\log_3 3}=25\Leftrightarrow x^2=25$	**2p**
	$x=-5$ care nu convine, $x=5$ care convine	**3p**
c)	$x\circ y=x^{2\log_3 y}=x^{\log_3 y^2}=\left(y^2\right)^{\log_3 x}=$	**3p**
	$=y^{2\log_3 x}=y\circ x$, pentru orice $x,y\in M$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\left(e^x\right)'\cdot(x-1)-e^x\cdot(x-1)'}{(x-1)^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{e^x(x-1)-e^x}{(x-1)^2}=\dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$	**3p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$	**2p**
	$x\in(1,2]\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(1,2]$ şi $x\in[2,+\infty)\Rightarrow f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[2,+\infty)$	**3p**
c)	$f(x)\ge f(2)$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	$f(2)=e^2$, deci $\dfrac{e^x}{x-1}\ge e^2\Leftrightarrow\dfrac{e^{x-2}}{x-1}\ge 1\Leftrightarrow e^{x-2}-x+1\ge 0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}f(x)\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\,dx=-\cos x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{3}}=$	**3p**
	$=-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{1}{2}$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}x f(x)\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x(-\cos x)'\,dx=-x\cos x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx=$	**3p**
	$=-\dfrac{\pi}{2}\cdot\cos\dfrac{\pi}{2}+0\cdot\cos 0+\sin x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=\sin\dfrac{\pi}{2}-\sin 0=1$	**2p**
c)	$\displaystyle V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}g^2(x)\,dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 x\,dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx=$	**2p**
	$=\dfrac{\pi}{2}x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}-\dfrac{\pi}{4}\sin 2x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi^2}{8}-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi(\pi-2)}{8}$	**3p**