

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma elementelor mulțimii $\{n \in \mathbb{N} \mid n(n+2) < 14\}$ este egală cu 3.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$. Determinați numerele reale a și b , știind că $f(0) = 1$ și $f(x+1) = f(x) + 2$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $(x+5)^2 - 9 > 0$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ale mulțimii $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(3,5)$ și $C(-1,3)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Calculați sinusul unghiului D al triunghiului DEF , știind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE = 4$ și $DF = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot A \cdot A = xA + yI_3$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $B = A + I_3$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = x^{2 \log_3 y}$.
- 5p a) Arătați că $2 \circ 9 = 16$.
- 5p b) Determinați numărul real x , $x \in M$ pentru care $x \circ 3 = 25$.
- 5p c) Demonstrați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $e^{x-2} - x + 1 \geq 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx = 1$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.