

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați produsul primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_2 = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)^2$ și $g(x) = 2018 - x$. Calculați $g(f(1))$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $25^x = 5^{x^2}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $(a-1)x - a^2y - a^2 = 0$, unde a este număr real nenul. Determinați numărul real nenul a , știind că dreapta d este paralelă cu axa Ox .
- 5p** 6. Arătați că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{5}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & x \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = -7$.
- 5p** b) Demonstrați că $xA(y) - yA(x) = (x-y)A(0)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale a , știind că $(aA(-1) + A(a))A(0) = (a^2 + 7)I_2$.
2. Se consideră polinomul $f = 4X^3 - 6X + m$, unde m este număr real.
- 5p** a) Pentru $m = 2$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că, oricare ar fi numărul real m , polinomul f **nu** se divide cu polinomul $X^2 + X + 1$.
- 5p** c) Determinați numărul real nenul m , știind că $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right)^2 = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 (x+1)f(x)dx = 22$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+1}\right)e^{x^3} dx$.
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul n , știind că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 3x^2$ este egal cu $\frac{\pi}{n}$.