

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 2

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$ .
- 5p 2. Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - x + a = 0$ , unde  $a$  este număr real. Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care  $x_1 x_2 - 1 < 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+1} = 9^x$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, -1)$  și  $B(4, 4)$ . Demonstrați că punctele  $A$ ,  $O$  și  $B$  sunt coliniare.
- 5p 6. Demonstrați că  $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$ , pentru orice număr real  $x$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 16$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $A \cdot B = aI_2$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\det\left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$ , pentru orice număr real nenul  $x$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$ .
- 5p a) Arătați că  $(-2) \circ (-2) = 2$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$ , pentru care  $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 2)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = (x - 1)e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .
- 5p c) Demonstrați că  $-e \leq f(x) \leq 0$ , pentru orice  $x \in (-\infty, 2]$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$ .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Calculați  $\int_1^e f(x) \ln x dx$ .