

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică M_st-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) - \sqrt{12} = \sqrt{3}(3-1) - 2\sqrt{3} =$ $= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$	3p 2p
2.	$f(1) = g(1) \Leftrightarrow 1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + a \Leftrightarrow 6 = 1 + a$ $a = 5$	3p 2p
3.	$x+1=1-2\sqrt{x}+x \Rightarrow 2\sqrt{x}=0$ $x=0$, care convine	3p 2p
4.	Cifra sutelor se poate alege în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor se poate alege în 4 moduri Pentru fiecare alegere a primelor două cifre, cifra unităților se poate alege în 3 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ de numere	1p 1p 3p
5.	$m_{d_1} = a$, $m_{d_2} = \frac{1}{4}$ Dreptele d_1 și d_2 sunt paralele $\Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$	2p 3p
6.	$\sin(\pi-x)\cos(2\pi+x)-\sin(2\pi+x)\cos(\pi-x)=\sin x\cos x-\sin x(-\cos x)=$ $= 2\sin x\cos x=\sin 2x$, pentru orice număr real x	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$M(1) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(1)) = \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 3 - 3 \cdot (-2) =$ $= -6 + 6 = 0$	3p 2p
b)	$M(x) - M(2018) = (I_2 + xA) - (I_2 + 2018A) = I_2 + xA - I_2 - 2018A =$ $= (I_2 + (-2018)A) - (I_2 + (-x)A) = M(-2018) - M(-x)$, pentru orice număr real x	2p 3p
c)	$(I_2 + mA)(I_2 + nA) = I_2 + mnA \Leftrightarrow I_2 + mA + nA + mnA \cdot A = I_2 + mnA$ și, cum $A \cdot A = -A$, obținem $m + n - mn = mn$ Cum m și n sunt numere naturale nenule, $m + n = 2mn \Rightarrow (m, n) = (1, 1)$	3p 2p
2.a)	$x \circ y = 8xy + x + y + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} =$ $= 8x\left(y + \frac{1}{8}\right) + \left(y + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8} = 8\left(x + \frac{1}{8}\right)\left(y + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8}$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
b)	$8\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} = 1 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$ $x = -\frac{1}{2}$ sau $x = \frac{1}{4}$	3p 2p

c)	$f(x \circ y) = 8(8xy + x + y) + 1 = 64xy + 8x + 8y + 1 = (8x + 1)(8y + 1) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice numere reale x și y $f(x \circ y \circ z) = f(x \circ y) \cdot f(z) = f(x) \cdot f(y) \cdot f(z)$, pentru orice numere reale x, y și z	3p
		2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 + 3) - (x+1) \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2} =$ $= \frac{-x^2 - 2x + 3}{(x^2 + 3)^2} = \frac{(1-x)(x+3)}{(x^2 + 3)^2}, \quad x \in \mathbb{R}$	3p
		2p
b)	$f(0) = \frac{1}{3}, \quad f'(0) = \frac{1}{3}$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$	2p
		3p
c)	$f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty) \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$ $1 < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \Rightarrow f(\sqrt{2}) > f(\sqrt[3]{3})$	3p
		2p
2.a)	$\int_0^3 \frac{x f(x)}{e^x} dx = \int_0^3 \frac{x^2 e^x}{e^x} dx = \int_0^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^3 =$ $= \frac{27}{3} - 0 = 9$	3p
		2p
b)	$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a lui $f \Rightarrow F'(x) = f(x) = xe^x, \quad F''(x) = (x+1)e^x, \quad x \in \mathbb{R}$ $F''(x) < 0$, pentru orice $x \in (-\infty, -1)$, $F''(-1) = 0$ și $F''(x) > 0$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$, deci F are un singur punct de inflexiune	2p
		3p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^n f(x) dx = \int_0^n xe^x dx = (x-1)e^x \Big _0^n = (n-1)e^n + 1$ $(n-1)e^n + 1 = 1 \Leftrightarrow n = 1$	3p
		2p