Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a)+f(a+1)=5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x-4}=25$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{10,15,20,25,30,35,40,45,50\}$, acesta să fie un număr divizibil cu 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,1)$ și $B(2,5)$. Calculați lungimea segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Arătați că $2\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ-\sin^2 45^\circ-\cos^2 60^\circ=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 4 & 8\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a-2 & 1\\ 4 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=36$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX-6$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=m-5$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m=-7$, determinați numerele reale p și q, pentru care $f=(X+1)\left(X^2+pX+q\right)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3x(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\geq -1$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-x, & x\in(-\infty,1]\\ 2+\frac{1}{x}\cdot\ln x, & x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2$.

5p **b)** Arătați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\int_{0}^{2} f(x)\,dx=\frac{n^2-4+\ln^2 2}{2}$.