Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

4p **1.** Rezultatul calculului $5{,}1\cdot 10+0{,}49\cdot 100$ este:
A. $5{,}149$ **B.** $5{,}59$ **C.** 10 **D.** 100

4p **2.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\ge 1}$ cu $b_1=1$ și $b_2=2$. Suma primilor trei termeni ai acestei progresii este egală cu:
A. 7 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

4p **3.** Mulțimea $M=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,\frac{3}{x+1}\in\mathbb{N}\right\}$ este egală cu:
A. $\{-4,-2,0,2\}$ **B.** $\{-4,-2\}$ **C.** $\{0,2\}$ **D.** $\varnothing$

4p **4**. Știind că $\frac{x_1^2-1}{x_1}+\frac{x_2^2-1}{x_2}=2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-mx-1=0$, numărul real m este egal cu:
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

4p **5.** Mulțimea soluțiilor ecuației $\sqrt{2-x}-x=0$ este:
A. $\{1\}$ **B.** $\{-2\}$ **C.** $\{-2,1\}$ **D.** $\{-1,2\}$

4p **6.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\log_2 n\,\middle|\,n\in\mathbb{N}^*,\,n\le 20\right\}$, acesta să fie număr natural este egală cu:
A. $\frac{1}{20}$ **B.** $\frac{3}{20}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{4}$

4p **7.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,2)$ și $P(1,1)$. Ecuația mediatoarei segmentului MP este:
A. $y=x-2$ **B.** $y=-x+2$ **C.** $y=-2x+2$ **D.** $y=x+1$

4p **8.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A)=45^\circ$ şi $m(\sphericalangle C)=30^\circ$. Lungimea laturii BC este egală cu:
A. 5 **B.** $5\sqrt{2}$ **C.** 10 **D.** $10\sqrt{2}$

4p **9.** Știind că determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&-1&1\\-3&a&1\end{pmatrix}$ este egal cu -5, numărul a este egal cu:
A. -5 **B.** 0 **C.** 5 **D.** 10

4p **10.** Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile polinomului $f=X^3+3X^2+2X-6$. Numărul $x_1^2+x_2^2+x_3^2$ este egal cu:
A. 5 **B.** 4 **C.** -3 **D.** -13

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (20 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(m)=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & m & -1 \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x+2y+4z=5 \\ -x+my-z=-2 \\ mx+y+3z=4 \end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.

5p **b)** Pentru $m=1$, determinați soluțiile (x_0,y_0,z_0) ale sistemului pentru care $4y_0^2=(x_0+z_0)^2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă, cu element neutru, $x*y=\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$.

5p **a)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.

5p **b)** Demonstrați că **nu** există niciun număr natural n al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” să fie număr natural.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln\left(x^2+x+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x(x-1)}{x^2+x+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-\frac{1}{7}x+2$.

5p **c)** Demonstrați că pentru fiecare număr natural nenul n, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 e^x f(x)\,dx=2$.

5p **b)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=-1$ și $x=1$ are aria egală cu $2-\frac{2}{e}$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră $I_n=\int_0^1 x^n f(x)\,dx$. Demonstrați că $\lim\limits_{n\to+\infty}(n+2)I_n=\frac{1}{e}$.