

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	B	5p
2.	A	5p
3.	C	5p
4.	D	5p
5.	A	5p
6.	A	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(0,1) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 0 + 4 - 0 - 0 - 0 = 4$	2p 3p
b)	$D(a,1) = \begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ a & a & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = a^2 - 4a + 4 =$ $= (a - 2)^2 \geq 0, \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
c)	$D(m,n) = m^2 + m + 4n^2 - 5mn$, unde m și n sunt numere întregi impare Cum m și n sunt numere întregi impare, m^2 este impar, $4n^2$ este par și $5mn$ este impar, deci numărul întreg $D(m,n)$ este impar, de unde obținem că $D(m,n) \neq 0$	2p 3p
2.a)	$A(-x) + A(x) = \begin{pmatrix} -x & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \\ x & 1 & -x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 2A(0), \text{ pentru orice număr real } x$	3p 2p
b)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 2xy+1 & 0 & -2xy+1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2xy+1 & 0 & 2xy+1 \end{pmatrix}, A(2xy) = \begin{pmatrix} 2xy & 1 & -2xy \\ 1 & 0 & 1 \\ -2xy & 1 & 2xy \end{pmatrix}, \text{ pentru orice numere}$ reale x și y	2p

	$A(x)A(y) - A(2xy) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(x)A(y) - A(2xy)) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \text{ pentru}$ <p>orice numere reale x și y</p>	3p
c)	$A(x)A\left(\frac{1}{2x}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I_3, \text{ pentru orice număr real nenul } x$ <p>$\underbrace{2I_3 + 2I_3 + \dots + 2I_3}_{\text{de 2019 ori } 2I_3} = 4038I_3, \text{ deci } m = 4038$</p>	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(1+\frac{2}{x}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1$	3p 2p
b)	$a_n = \frac{n+1}{n+2}, \text{ deci } a_n > 0, \text{ pentru orice număr natural } n, n \geq 1$ <p>Cum $a_n = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \text{ pentru orice număr natural } n, n \geq 1, \text{ șirul } (a_n)_{n \geq 1} \text{ este mărginit}$</p>	2p 3p
c)	$\text{c) } \lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(f(n) - 1)}{\sqrt{f(n)} + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\left(\frac{n+1}{n+2} - 1\right)}{\sqrt{\frac{n+1}{n+2}} + 1} =$ $= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n}{(n+2)(\sqrt{\frac{n+1}{n+2}} + 1)} = -\frac{1}{2}$	2p 3p
2.a)	<p>Pentru orice număr real a, funcția f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty)$</p> $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(a + \frac{\sin x}{x}\right) = a + 1, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x^2 + 2x} = 0 \text{ și } f(0) = 0, \text{ deci funcția}$ <p>f este continuă pe $\mathbb{R} \Leftrightarrow a = -1$</p>	2p 3p
b)	$a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 + \frac{\sin x}{x}, x \in (-\infty, 0)$ $\left \frac{\sin x}{x}\right \leq \frac{1}{ x } \text{ și } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{ x } = 0$ <p>Obținem $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1, \text{ deci dreapta de ecuație } y = 1 \text{ este asimptotă orizontală spre } -\infty \text{ la graficul funcției } f$</p>	1p 2p 2p
c)	$f(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ și } f \text{ este continuă pe } [0, +\infty), \text{ deci mulțimea valorilor funcției}$ <p>f conține intervalul $[0, +\infty)$</p> <p>Cum pentru orice număr real $a, a \in [0, +\infty), \text{ ecuația } f(x) = a \text{ are cel puțin o soluție}$</p>	3p 2p