

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	B	5p
2.	C	5p
3.	C	5p
4.	D	5p
5.	A	5p
6.	D	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(0) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$ $= 12 + (-4) + 10 - (-3) - 10 - 16 = -5$	2p
		3p
b)	$D(a) = 12(a+1) + 4(a^2 - 1) + 5(2a+2) - 3(a^2 - 1) - 10(a+1) - 8(2a+2) =$ $= a^2 - 4a - 5 = (a-5)(a+1), \text{ pentru orice număr real } a$	3p
		2p
c)	$(a-5)(a+1) < -3(a+1) \Leftrightarrow (a+1)(a-2) < 0$ <p>Cum a este număr întreg, obținem $a=0$ sau $a=1$</p>	2p
		3p
2.a)	$M(-1) + M(1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2M(0)$	3p
		2p
b)	$M(x) \cdot M(y) = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ -x & 1+x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-y & y \\ -y & 1+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-x-y & y+x \\ -x-y & 1+x+y \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1-(x+y) & x+y \\ -(x+y) & 1+(x+y) \end{pmatrix} = M(x+y), \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	3p
		2p
c)	$M(2x) = M(a) \Leftrightarrow 2x = a, \text{ unde } x \text{ și } a \text{ sunt numere reale}$ <p>Pentru orice număr real a, există un număr real $x = \frac{a}{2}$, astfel încât $M(x) \cdot M(x) = M(a)$</p>	3p
		2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)(x-1)}{x-1} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = -3$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(x+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{(x+1)^2 - 5(x+1) + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{3}{x}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{3}{x}} = 1$	3p 2p
c)	$g(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2} = 1$ <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 4}{x} = -5$, deci dreapta de ecuație $y = x - 5$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f</p>	2p 3p
2.a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{1-x} = 0, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-x^2}{x} = 0$ <p>Cum $f(1) = 0$, obținem $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$, deci funcția f este continuă în $x = 1$</p>	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x - 3}{(x + 3)(\sqrt{1-x} + 2)} =$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-1}{\sqrt{1-x} + 2} = -\frac{1}{4}$	3p 2p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x-x^2}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-x} = +\infty$ <p>f continuă pe $(-\infty, 1)$, f continuă în $x = 1$ și f continuă pe $(1, +\infty)$, deci f este continuă pe \mathbb{R}, deci mulțimea valorilor funcției f este \mathbb{R}, de unde obținem că, pentru orice număr real a, ecuația $f(x) = a$ are cel puțin o soluție</p>	2p 3p