

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT

24 iulie 2019

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $A(2, -4) \in G_f \Leftrightarrow f(2) = -4$	2p
	$f(2) = 4 - 4m + m^2 - 4 = m^2 - 4m$	2p
	$m^2 - 4m = -4$, deci $m = 2$	3p
b)	$\Delta = 4m^2 - 4m^2 + 16 = 16 > 0$, deci ecuația $f(x) = 0$ are două soluții reale x_1 și x_2 , pentru orice număr real m	2p
	$x_1 + x_2 = 2m$, $x_1 x_2 = m^2 - 4$, deci $ x_1 x_2 - 2x_1 - 2x_2 = m^2 - 4m - 4 $	3p
	$ m^2 - 4m - 4 = m \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = -m$ sau $m^2 - 4m - 4 = m$ și, cum $m \geq 0$, obținem $m = 4$	3p
	sau $m = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$	3p
2.	a) $AB^2 = 900 \text{ cm}^2 \Rightarrow AB = 30 \text{ cm}$	2p
	$AM = BM = 15\sqrt{5} \text{ cm}$	2p
	$P_{\Delta AMB} = AM + MB + AB = 30(\sqrt{5} + 1) \text{ cm}$	3p
b)	Dacă N este mijlocul laturii AB , atunci segmentul MN este diametru al cercului înscris în pătrat, deci $m(\sphericalangle MEN) = m(\sphericalangle MFN) = 90^\circ$	2p
	Cum $MN \perp AB$ și $MN = 30 \text{ cm}$, obținem $ME = MF = \frac{30^2}{15\sqrt{5}} = 12\sqrt{5} \text{ cm}$	3p
	$\frac{ME}{MA} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow EF \parallel AB$ și $\frac{EF}{AB} = \frac{12\sqrt{5}}{15\sqrt{5}}$, deci $EF = 24 \text{ cm}$	3p
3.	a) $(x * y) * z = (\log_2(2^x + 2^y)) * z = \log_2(2^{\log_2(2^x + 2^y)} + 2^z) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z)$, pentru orice numere reale x , y și z	3p
	$x * (y * z) = x * (\log_2(2^y + 2^z)) = \log_2(2^x + 2^{\log_2(2^y + 2^z)}) = \log_2(2^x + 2^y + 2^z) = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x , y și z , deci legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă	4p
	b) $x * x = \log_2(2 \cdot 2^x)$, pentru orice număr real x	2p
	$\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 1024 \text{ ori}} = \log_2(1024 \cdot 2^x) = \log_2(2^{10} \cdot 2^x) = \log_2(2^{10+x}) = 10 + x$, pentru orice număr real x	3p
	$10 + x = x^2 + 6x + 14 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0$, deci $x = -4$ sau $x = -1$	3p

4.	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \operatorname{arctg} x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right) =$	2p
	$= 2, \text{ deoarece } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 0$	2p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}, \text{ deci dreapta de ecuație } y = 2x - \frac{\pi}{2} \text{ este asimptotă oblică spre } -\infty \text{ la graficul funcției } f$	3p
	$\text{b) } \mathcal{A} = \int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 (2x^2 + x \operatorname{arctg} x) dx = \frac{2x^3}{3} \Big _0^1 + \int_0^1 \left(\frac{x^2+1}{2} \right)' \operatorname{arctg} x dx =$	3p
	$= \frac{2}{3} + \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x \Big _0^1 - \int_0^1 \frac{x^2+1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+1} dx = \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} 1 - \int_0^1 \frac{1}{2} dx =$	3p
	$= \frac{2}{3} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} x \Big _0^1 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3\pi+2}{12}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de tip completare elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	3p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	4p
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	3p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare), inclusiv alegerea adecvată a distractorilor	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	4p
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat</i>	
Corectitudinea formatului itemului	3p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	4p