

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică M_{st-nat}

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul b_3 al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și rația $q = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4x - 5$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x} + x = 4$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$, acesta să fie număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-3,0)$ și $C(-3,6)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $\sin x(3\sin x - \cos x) + \cos x(\sin x + 3\cos x) = 3$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(-1)) = 17$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(2019 - a) + A(2019 + a) = 2A(2019)$, pentru orice număr real a .
- 5p** c) Determinați perechile de numere reale x și y , pentru care $A(x)A(y) = 2A(-8)$.
2. Pe mulțimea $G = (-2, 2)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{4x + 4y}{4 + xy}$.
- 5p** a) Arătați că 0 este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** b) Determinați $x \in G$, pentru care $x * x = \frac{8}{5}$.
- 5p** c) Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow G$, $f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$. Demonstrați că $f(xy) = f(x) * f(y)$, pentru orice $x, y \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - 2x + 2\ln(x+1)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2x}{x+1}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\ln(1 + \cos x) \leq \cos x$, pentru orice $x \in (0, \pi)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 f(x)e^x dx = 6$.
- 5p** b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $[-3, +\infty)$.
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul n , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = n$ are aria egală cu $4 - 6e^{-n}$.