

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=7$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ . Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Oy$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(x^2 + 9) = 2$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 40%, prețul unui obiect este 300 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,2)$ ,  $B(-3,2)$  și  $C(0,6)$ . Determinați, în triunghiul  $ABC$ , lungimea medianei din vârful  $C$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{4}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(a) = I_2 + aA$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $M(a) \cdot M(b) = M(a+b+ab)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $M(1) + M(2) + \dots + M(2019) = 2019M(a)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$ , unde  $m$  este număr real nenul.
- 5p** a) Arătați că  $f(1) = 0$ , pentru orice număr real nenul  $m$ .
- 5p** b) Pentru  $m = 3$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p** c) Determinați numărul real nenul  $m$  pentru care  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$ , unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 5$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă pe  $[0, +\infty)$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(x) \leq 7$ , pentru orice  $x \in (-\infty, 1]$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 f^2(x) dx = 11$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx$ .
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice  $a \in (0, +\infty)$ , suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = a$  are aria mai mare sau egală cu  $a\sqrt{7}$ .