

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă $a_1 = 2$ și rația $r = 2$.
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 10x + 9$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 2$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $x^2 - 4x + 4 = 0$.
- 5p** 5. Determinați lungimea vectorului $\overline{AB} + \overline{AC}$, știind că triunghiul ABC este echilateral și $AB = 2$.
- 5p** 6. Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(a)A(b) = A(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Determinați perechile de numere naturale m și n pentru care $A(m)A(n) = A(2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 9$.
- 5p** c) Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2019^n$, pentru orice număr natural nenul n .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x^e$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-e}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $e^x = x^e$ are exact o soluție în $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x+1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x} dx = 6$.
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , $a > 2$, știind că $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)} dx = 3 \ln 2$.