Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{13}{5}=\frac{5}{6}:\frac{13}{6}\cdot\frac{13}{5}=$	**3p**
	$=\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{13}\cdot\frac{13}{5}=1$	**2p**
2.	$f(m+1)=2(m+1)-4=2m-2$	**3p**
	$2m-2=m\Leftrightarrow m=2$	**2p**
3.	$2x+3=9\Rightarrow 2x=6$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 3 numere multiplu de 3, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	**1p**
5.	$MP=4$, $NP=3$	**2p**
	ΔMPN este dreptunghic în P, deci $\mathcal{A}_{\Delta MPN}=\frac{4\cdot 3}{2}=6$	**3p**
6.	$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin 60^\circ+\sin^2 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=1\cdot 4-2\cdot 3=$	**3p**
	$=4-6=-2$	**2p**
b)	$M(a)\cdot M(b)=\begin{pmatrix}1+a & -a\\ a & 1-a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+b & -b\\ b & 1-b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+a+b & -b-a\\ a+b & 1-a-b\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+(a+b) & -(a+b)\\ a+b & 1-(a+b)\end{pmatrix}=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$M(a)\cdot M(-a)=M(0)=I_2\Rightarrow (M(a))^{-1}=M(-a)$, pentru orice număr real a	**2p**
	$X=(M(1))^{-1}\cdot A\cdot(M(2))^{-1}\Rightarrow X=M(-1)\cdot A\cdot M(-2)\Rightarrow X=\begin{pmatrix}-11 & 18\\ -17 & 28\end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$f(0)=2\cdot 0^3-4\cdot 0^2+4\cdot 0-3=$	**3p**
	$=0-0+0-3=-3$	**2p**

b)	$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=2$, $x_1x_2x_3=\dfrac{3}{2}$	**2p**
	$a=\dfrac{3}{x_1}+\dfrac{3}{x_2}+\dfrac{3}{x_3}=\dfrac{3(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)}{x_1x_2x_3}=4$, care este număr natural	**3p**
c)	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=2^2-2\cdot 2=0$	**2p**
	Dacă x_1, x_2 și x_3 sunt numere reale, atunci $x_1=x_2=x_3=0$, ceea ce nu convine deoarece $f(0)=-3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{x^6+5-x\cdot 6x^5}{(x^6+5)^2}=\dfrac{5-5x^6}{(x^6+5)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{5(1-x^6)}{(x^6+5)^2}=\dfrac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=0$, $f'(0)=\dfrac{1}{5}$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=\dfrac{1}{5}x$	**3p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,-1]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[-1,1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1,1]$ și $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,+\infty)$	**2p**
	f continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(-1)=-\dfrac{1}{6}$, $f(1)=\dfrac{1}{6}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$, deci mulțimea valorilor funcției f este $\left[-\dfrac{1}{6},\dfrac{1}{6}\right]$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=\int_0^1(x-1)dx=\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{1}{2}-1-0=-\dfrac{1}{2}$	**2p**
b)	$F'(x)=\left((x-2)e^x+2019\right)'=1\cdot e^x+(x-2)e^x+0=$	**3p**
	$=(x-1)e^x=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
c)	$\displaystyle\int_0^1 f^2(x)f'(x)dx=\frac{f^3(x)}{3}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{f^3(1)-f^3(0)}{3}=\dfrac{0-(-1)}{3}=\dfrac{1}{3}$	**2p**