

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 7

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{13}{5} = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că  $f(m+1) = m$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_7(2x+3) = \log_7 9$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ , acesta să fie multiplu de 3.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $M(4,1)$ ,  $N(1,5)$  și  $P(4,5)$ . Calculați aria triunghiului  $MNP$ .
- 5p 6. Arătați că  $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  și  $M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = -2$ .
- 5p b) Demonstrați că  $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $M(1) \cdot X \cdot M(2) = A$ .
2. Se consideră polinomul  $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f(0) = -3$ .
- 5p b) Demonstrați că numărul  $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$  este natural, unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile lui  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că polinomul  $f$  nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^6 + 5}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=0$  situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = -\frac{1}{2}$ .
- 5p b) Demonstrați că  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = (x-2)e^x + 2019$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$ .