Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2=\frac{a_1+a_3}{2}\Rightarrow 2a_2=a_1+a_3$	**3p**
	$a_1+a_2+a_3=3a_2 \Leftrightarrow 30=3a_2 \Leftrightarrow a_2=10$	**2p**
2.	$f(3)=0$	**2p**
	$(f\circ f)(3)=f(f(3))=f(0)=9$	**3p**
3.	$(x-6)(x+6)=2^6\Rightarrow x^2-36=64\Rightarrow x^2-100=0$	**3p**
	$x=-10$, care nu convine; $x=10$, care convine	**2p**
4.	Cifra zecilor, fiind nenulă, se poate alege în 5 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 5 moduri, deci se pot forma $5\cdot 5=25$ de numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$	**3p**
	Cum $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$, obținem $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$	**2p**
6.	$C=\pi-(A+B)=\frac{\pi}{3}\Rightarrow \sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\frac{AB}{\sin C}=2R\Rightarrow R=2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&4&1\\1&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1&2&1\\1&4&1\\1&-1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4+(-1)+2-4-(-1)-2=0$	**3p**
b)	$\det(A(a))=2(a^2-1)$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\begin{vmatrix}2&1\\4&1\end{vmatrix}\neq 0$, deci matricea $A(a)$ are rangul $2\Leftrightarrow \det(A(a))=0$, de unde obținem $a=-1$ sau $a=1$	**3p**
c)	Sistemul are soluție unică (x_0,y_0,z_0), deci $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ și soluția sistemului este $\left(\frac{2}{a+1},1,\frac{2}{a+1}\right)$	**3p**
	$\left(\frac{2}{a+1}\right)^2+1+\left(\frac{2}{a+1}\right)^2=3$ și, cum $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$, obținem $a=-3$	**2p**

2.a)	$x*y=xy-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$	**2p**
	$=x\left(y-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2}\right)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-x\right)=0$	**1p**
	$\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=0\Rightarrow x=2$	**1p**
	$x-\frac{1}{2}=0\Rightarrow x=\frac{1}{2}$	**1p**
	$\frac{1}{x}-x=0\Rightarrow x=-1$ sau $x=1$	**2p**
c)	Presupunem că există x și y numere întregi, astfel încât x să fie simetricul lui y, deci $x*y=e$, de unde obținem $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	**2p**
	$\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)=1\Rightarrow(2x-1)(2y-1)=4$, ceea ce nu convine, deoarece x și y sunt numere întregi și 4 este număr par	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2x-8+\frac{8}{x}=$	**3p**
	$=\frac{2x^2-8x+8}{x}=\frac{2(x-2)^2}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	Dreapta este paralelă cu tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, deci are panta egală cu $f'(2)$	**2p**
	Cum $f'(2)=0$, ecuația dreptei este $y=3$	**3p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(0,+\infty)$ și, cum $f(2)=0$, obținem $f(a)\geq 0$, pentru orice $a\in[2,+\infty)$	**2p**
	$f(a)\geq 0\Rightarrow g(a)\geq h(a)\Rightarrow b\geq c$, pentru orice $a\in[2,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^1\left(x^2+4\right)f(x)dx=\int_0^1\left(x^2-4\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}-4=-\frac{11}{3}$	**2p**
b)	$F'(x)=f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+4}$, $F''(x)=f'(x)=\frac{16x}{\left(x^2+4\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$, unde F este o primitivă a lui f	**3p**
	$F''(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$, deci funcția F este concavă pe $(-\infty,0]$	**2p**
c)	$x\in[1,2]\Rightarrow x^n\left(x^2-4\right)\leq 0$ și $\frac{1}{x^2+4}\geq\frac{1}{8}$, deci $x^n f(x)\leq\frac{1}{8}x^n\left(x^2-4\right)$	**2p**
	$I_n\leq\int_1^2\frac{1}{8}x^n\left(x^2-4\right)dx=\frac{1}{8}\left(\frac{x^{n+3}}{n+3}-\frac{4x^{n+1}}{n+1}\right)\Big\|_1^2=\frac{1}{8}\left(-\frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)}-\frac{1}{n+3}+\frac{4}{n+1}\right)$	**2p**
	Cum $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2^{n+4}}{(n+3)(n+1)}=+\infty$, obținem $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n=-\infty$	**1p**