

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Test 4

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma pătratelor elementelor mulțimii  $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n-1 < 2\}$  este egală cu 5.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - mx + 5$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că vârful parabolei asociate funcției  $f$  are abscisa egală cu 3.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+2} = \sqrt{8-x}$ .
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu 10 elemente ale unei mulțimi cu 12 elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,1)$ ,  $B(-1,3)$  și  $C(8,10)$ . Determinați ecuația dreptei paralele cu dreapta  $AC$  și care trece prin mijlocul segmentului  $CD$ , unde punctul  $D$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Calculați  $S = \cos \pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \dots + \cos 2020\pi$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = -4$ .

5p b) Demonstrați că  $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .

5p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(1010)A\left(\frac{1}{2020}\right) = nI_3$ .

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = (\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y})^5$ .

5p a) Arătați că  $2^5 * 3^5 = 5^5$ .

5p b) Determinați numărul real  $x$ , știind că  $2^5 * x^5 * (243x^5) = 100000$ .

5p c) Se consideră numerele  $M = 1^5 * 2^5 * \dots * 10^5$  și  $N = 5^5 \cdot 11^5$ . Demonstrați că  $M - N = 0$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1) - \ln x$ .

5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x-1}{x(x+1)^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

5p c) Demonstrați că graficul funcției  $f$  nu intersectează axa  $Ox$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{4}{3}$ .

**5p** b) Calculați  $\int_{-1}^1 |x f(x)| dx$ .

**5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \cdot f(t) dt}{x^2}$ .