

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Test 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că primul termen este $b_1 = 2$ și rația este $q = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 4$. Calculați suma dintre abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x} = 3 - x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{50}\}$, acesta să nu fie număr natural.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ și $C(-2,5)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC .
- 5p 6. Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $(2 \sin x + \cos x)^2 - 4 \cos x (\sin x - \cos x) = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(x)) = x^2 + 9$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Demonstrați că $A(2020 - x) + A(2020 + x) = 2A(2020)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numărul natural n , pentru care $A(n)A(2 - n) = 2A(-6)$.
2. Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- 5p a) Arătați că $N = \sqrt{33} * \sqrt{31}$ este un număr natural.
- 5p b) Determinați numărul $x \in M$ pentru care $(x * x * x)^2 = 300$.
- 5p c) Se consideră funcția $f: (-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty)$, $f(x) = \sqrt{-2020x}$. Arătați că $f(x + y) = f(x) * f(y)$, pentru orice $x, y \in (-\infty, 0]$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{x^2+5}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{10}$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-3 \ln x}{x^4}$ și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{\ln x}{x^3}$.
- 5p a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Calculați $\int_1^e f(x) dx$.

5p c) Arătați că $\int_e^{e^2} x^2 F(x) dx = \frac{3}{2}$.