

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Test 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$. Determinați numerele naturale x , pentru care $f(x) < 7$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 8} = x + 2$.
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,4)$, $C(1,a)$ și $D(2,1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , pentru care dreptele AB și CD sunt paralele.
- 5p** 6. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC , în care $AB = 10$ și $\cos B = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+x & x \\ 2x & 1+2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care $A(a)A(a) = A(5)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 5(x+y-4) - xy$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = -(x-5)(y-5) + 5$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * x \geq x$.
- 5p** c) Calculați $1 * (-2) * 3 * (-4) * \dots * 2019 * (-2020)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = -x(x+2)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $0 \leq \frac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}} \leq 4$, pentru orice $x, y \in [-2, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \frac{1}{4}$.
- 5p** b) Calculați $\int_1^2 \frac{1}{x^2} f(x) dx$.
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.