

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Test 2**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{11}(\sqrt{11}+1) - (\sqrt{11}+3) = 8$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ . Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 2} = 3\sqrt{3}$ .
- 5p** 4. Se consideră patru puncte distincte, oricare trei dintre ele necoliniare. Calculați numărul dreptelor determinate de câte două dintre aceste puncte.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $M(-1, 2)$  și  $N(2, 1)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $M$  față de punctul  $N$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , cu  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 9$  și  $AC = 3\sqrt{5}$ . Calculați măsura unghiului  $B$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1-10a & 8a \\ -5a & 1+4a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = -5$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $A(a) \cdot A(b) = A(a+b-6ab)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$ , pentru care  $A(m) \cdot A(n) = A(6-5mn)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - 3x - 3y + 12$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 3 = 3$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $x * y = (x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numerele numere reale  $x$  pentru care  $x * x * x = x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^5 - 5x + 2020$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 5(x-1)(x+1)(x^2+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Demonstrați că funcția  $f$  este concavă pe  $(-\infty, 0]$ .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația  $f(x) = 2025$  nu admite nicio soluție în intervalul  $[-1, 1]$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ .
- 5p** a) Arătați că orice primitivă  $F$  a funcției  $f$  este crescătoare pe  $[0, \pi]$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2f(x)f'(x) dx$ .
- 5p** c) Arătați că  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x) dx = 1$ .