Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x, știind că numerele 7, $3x$ și x^2+2 sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$ este tangentă axei Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-9}=32^x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}\right\}$, aceasta să aibă cel mult două elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(1,0)$ și $C(1,4)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul B și este paralelă cu mediana din A a triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $A=\frac{3\pi}{4}$ și $BC=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}-m & 1 & 1\\ 1 & -m & 1\\ 1 & 1 & -m\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}-mx+y+z=-1\\ x-my+z=-1\\ x+y-mz=m\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=2$.

5p **b)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m, $m\neq-1$ și $m\neq 2$.

5p **c)** Pentru $m=2$, determinați soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului pentru care $x_0+2y_0+3z_0=9$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=-2xy+10x+10y-45$.

5p **a)** Arătați că $x*y=-2(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10=5$.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n, pentru care $m*n=27$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-8\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2(x-2)(x+2)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are două soluții reale distincte.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_0^1\left(1-x^2\right)^n dx$.

5p **a)** Arătați că $I_1=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Demonstrați că $I_{n+1}\le I_n$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Demonstrați că $(2n+3)I_{n+1}=2(n+1)I_n$, pentru orice număr natural nenul n.