

Examenul de bacalaureat național 20 20

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{6} = 2$.
- 5p 2. Arătați că $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 4 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x-5} = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 25%, prețul unui televizor este 600 de lei. Determinați prețul televizorului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $M(8,6)$. Calculați distanța dintre punctele O și M .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 135^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $B \cdot B = 2B$.
- 5p c) Arătați că $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, pentru orice număr real a .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 3 = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x \circ x) \circ x = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x+2} = 3$.
- 5p c) Demonstrați că $-5 \leq f(x) \leq 9$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = e(e-1)$.
- 5p b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1) = 0$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2}e^a$.