

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Test 9

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} < 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ . Determinați produsul absciselor punctelor de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x + 3^{x-2} + 3^{x+2} = 91$ .
- 5p 4. Determinați termenul care **nu** îl conține pe  $x$  din dezvoltarea  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^9$ , unde  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1,1)$ ,  $B(1,3)$  și  $C(3,2)$ . Determinați ecuația dreptei  $OG$ , știind că  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 2$  și  $\cos C = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr întreg.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 7$ .
- 5p b) Demonstrați că rangul matricei  $A(a)$  este egal cu 3, pentru orice număr întreg  $a$ .
- 5p c) Determinați numărul întreg  $m$  pentru care inversa matricei  $A(m)$  are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea  $M = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = \frac{xy}{x+y}$ .
- 5p a) Arătați că  $2 \circ 2 = 1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y \circ z = \left(x^{-1} + y^{-1} + z^{-1}\right)^{-1}$ , pentru orice  $x, y, z \in M$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} \circ \dots \circ \frac{1}{10} = \frac{1}{54}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (1, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ ,  $f(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1)$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = -\frac{2}{x^2-1}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x f(x))$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$ .

**5p** b) Arătați că  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} \ln x dx = \frac{e^2 - 7}{4}$ .

**5p** c) Determinați numerele reale  $a$ ,  $a > 1$  pentru care  $\int_1^a f(x)e^x dx = e^a - 3e$ .