

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Test 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = (3 + 2i)(3 - 2i) - (4 - i)$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 3$. Calculați $(f \circ g)(2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{2^{6x}} = 16$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor un număr impar.
- 5p** 5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AD = 6$, $AB = 4$ și $m(\sphericalangle ADC) = 120^\circ$. Determinați modulul vectorului $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 60$, $AC = 80$ și $BC = 100$. Calculați lungimea înălțimii AD a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+1 & 1 & -2 \\ a-1 & -1 & 1 \\ 2a & -2 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} (2a+1)x + y - 2z = a \\ (a-1)x - y + z = a+1, \\ 2ax - 2y + z = 1 \end{cases}$,
unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care matricea $A(a)$ **nu** este inversabilă.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care există y_0 și z_0 , numere reale, astfel încât $(2, y_0, z_0)$ să fie soluție a sistemului de ecuații.
2. Pe mulțimea $G = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = \sqrt[3]{x^{\log_2 y}}$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 64 = 4$.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați $x \in G$ care sunt egale cu simetricile lor în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-5)(x-4)(x-3)(x-2) + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(5) = 6$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(n+1) - 1}{f(n) - 1} \right)^n$.
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $f'(x) = 0$ are trei soluții reale.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$.
- 5p** a) Determinați primitiva G a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (1 + e^x)f(x)$ pentru care $G(0) = 0$.

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Demonstrați că $\int_{-1}^1 f(x) \cos x dx = 0$.