

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ este $q = 2$ $b_3 = 1 \cdot 2^2 = 4$	3p 2p
2.	$3x + 1 < 7 \Leftrightarrow x < 2$ Cum x este număr natural, obținem $x = 0$ sau $x = 1$	2p 3p
3.	$x^2 + 8 = (x + 2)^2$ $x = 1$, care convine	2p 3p
4.	$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} =$ $= 6$	3p 2p
5.	$m_{AB} = 1$, $m_{CD} = 1 - a$, unde a este număr real $m_{AB} = m_{CD} \Leftrightarrow 1 - a = 1 \Leftrightarrow a = 0$	2p 3p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{BC}$ $BC = 20$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 =$ $= 6 - 2 = 4$	3p 2p
b)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 1+x+y+xy+2xy & y+xy+x+2xy \\ 2x+2xy+2y+4xy & 2xy+1+2x+2y+4xy \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+(x+y+3xy) & x+y+3xy \\ 2(x+y+3xy) & 1+2(x+y+3xy) \end{pmatrix} = A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$A(a+a+3a \cdot a) = A(5) \Leftrightarrow 3a^2 + 2a - 5 = 0$ $a = -\frac{5}{3}$ sau $a = 1$	3p 2p
2.a)	$x * y = -xy + 5x + 5y - 25 + 5 =$ $= -x(y-5) + 5(y-5) + 5 = -(x-5)(y-5) + 5$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
b)	$-(x-5)^2 + 5 \geq x \Leftrightarrow (x-5)(x-4) \leq 0$ $x \in [4, 5]$	3p 2p
c)	$x * 5 = x$ și $5 * y = y$, unde x și y sunt numere reale $1 * (-2) * 3 * (-4) * 5 * \dots * 2019 * (-2020) = ((1 * (-2) * 3 * (-4)) * 5) * (-6) * \dots * 2019 * (-2020) =$ $= 5 * ((-6) * \dots * 2019 * (-2020)) = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2(x+2)e^{-x} + (x+2)^2 e^{-x} \cdot (-1) =$ $= (-x^2 - 2x)e^{-x} = -x(x+2)e^{-x}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+2)^2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(x+2)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$ <p>Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f</p>	3p 2p
c)	<p>$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [-2, 0] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-2, 0]$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[0, +\infty)$ și, cum $f(0) = 4$, obținem $f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [-2, +\infty)$</p> <p>$x, y \in [-2, +\infty) \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 4$ și $0 \leq f(y) \leq 4 \Rightarrow 0 \leq f(x)f(y) \leq 16 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{f(x)f(y)} \leq 4$,</p> <p>de unde obținem $0 \leq \frac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}} \leq 4$, pentru orice $x, y \in [-2, +\infty)$</p>	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$	3p 2p
b)	$\int_1^2 \frac{1}{x^2} f(x) dx = \int_1^2 x e^x dx = (x-1)e^x \Big _1^2 =$ $= e^2$	3p 2p
c)	<p>$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f, deci $F'(x) = f(x) \Rightarrow F''(x) = x^2(x+3)e^x, x \in \mathbb{R}$</p> <p>$F''(x) < 0$, pentru orice $x \in (-\infty, -3)$, $F''(x) > 0$, pentru orice $x \in (-3, 0)$ și pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci funcția F are un singur punct de inflexiune</p>	2p 3p