

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(2 - \sqrt{20}) + \sqrt{180} = 3(2 - 2\sqrt{5}) + 6\sqrt{5} =$ $= 6 - 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 6$	3p 2p
2.	$f(1) = 3 \cdot 1 - 1 = 2$ $(f \circ f)(1) = f(2) = 3 \cdot 2 - 1 = 5$	2p 3p
3.	$\lg(5x - 1) = \lg 14 \Rightarrow 5x - 1 = 14$ $x = 3$, care convine	3p 2p
4.	$x + \frac{30}{100} \cdot x = 5200$, unde x este prețul inițial al obiectului $x = 4000$ de lei	3p 2p
5.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{d(A, BC) \cdot BC}{2} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$ $AC = 5$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{d(B, AC) \cdot AC}{2}$, obținem $d(B, AC) = \frac{32}{5}$	2p 3p
6.	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$, $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\frac{2 \cos 30^\circ}{2 \operatorname{tg} 45^\circ + 1} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \operatorname{tg} 30^\circ$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(10)) = \begin{vmatrix} 11 & 21 \\ 10 & 20 \end{vmatrix} = 11 \cdot 20 - 21 \cdot 10 =$ $= 220 - 210 = 10$	3p 2p
b)	$A(a) - A(b) = \begin{pmatrix} a-b & 2(a-b) \\ a-b & 2(a-b) \end{pmatrix} = (a-b) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b $(A(a) - A(b))(A(a) - A(b)) = (a-b)^2 \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = 3(a-b)^2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 3(a-b)(A(a) - A(b))$, pentru orice numere reale a și b	2p 3p
c)	Pentru orice număr natural n , $\det(A(n)) = n$, deci $\det(A(2)) + \det(A(3)) + \dots + \det(A(n)) =$ $= 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} - 1$ $\frac{n(n+1)}{2} - 1 = 35$, deci $n(n+1) = 72$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 8$	3p 2p

2.a)	$4 * \sqrt{3} = \sqrt{(4^2 - 2)(3 - 2) + 2} = \sqrt{4^2 - 2 + 2} =$ $= \sqrt{16} = 4$	3p 2p
b)	$x * \sqrt{3} = \sqrt{3} * x = x$, pentru orice $x \in M$, deci $e = \sqrt{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*” $t * \sqrt{6} = \sqrt{6} * t = \sqrt{3}$, unde t este simetricul lui $x = \sqrt{6}$, deci $\sqrt{4(t^2 - 2) + 2} = \sqrt{3}$, de unde $t^2 = \frac{9}{4}$ și, cum $t \in M$, obținem $t = \frac{3}{2}$, care convine	2p 3p
c)	$\sqrt{2} * x = \sqrt{(2 - 2)(x^2 - 2) + 2} = \sqrt{2}$, unde $x \in M$ $\sqrt{2} * \sqrt{3} * \sqrt{4} * \dots * \sqrt{2020} = \sqrt{2} * (\sqrt{3} * \sqrt{4} * \dots * \sqrt{2020}) = \sqrt{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}}(\ln x - 1) + 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} =$ $= \frac{\sqrt{x} \ln x - \sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{x} = \frac{\sqrt{x}(\ln x + 1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f'\left(\frac{1}{e}\right) = 0$, $f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{4}{\sqrt{e}}$ Ecuația tangentei este $y - f\left(\frac{1}{e}\right) = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right)$, deci $y = -\frac{4}{\sqrt{e}}$	2p 3p
c)	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{1}{e}\right] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left(0, \frac{1}{e}\right]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{e}, +\infty\right) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$ Pentru orice $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq f\left(\frac{1}{e}\right)$, deci $f(x) \geq -\frac{4}{\sqrt{e}}$, de unde obținem $\sqrt{e}f(x) + 4 \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
2.a)	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 = f(0) \Rightarrow$ funcția f este continuă în $x = 0$ f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty) \Rightarrow f$ este continuă pe \mathbb{R} , deci funcția f admite primitive pe \mathbb{R}	3p 2p
b)	$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{3x-1}{x+1} dx = \int_1^2 \frac{3x+3-4}{x+1} dx = \int_1^2 \left(3 - \frac{4}{x+1}\right) dx = (3x - 4 \ln(x+1)) \Big _1^2 =$ $= 6 - 4 \ln 3 - 3 + 4 \ln 2 = 3 + 4 \ln \frac{2}{3}$	3p 2p
c)	$\int_{-1}^0 e^x f(x) dx = \int_{-1}^0 e^x (2x-1) dx = e^x (2x-3) \Big _{-1}^0 =$ $= e^0 \cdot (-3) - e^{-1} \cdot (-5) = \frac{5-3e}{e}$	3p 2p