

## **Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

## **Matematică *M\_technologic***

## **BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Test 4

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
  - Nu se acordă fracțuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
  - Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

## **SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6+3+2+1}{6} = \frac{12}{6} = 2$ $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 2^2 - 2 = 2$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 4, \quad x_1 x_2 = m \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 16 - 2m$ $16 - 2m = 2 \Leftrightarrow m = 7$	3p 2p
3.	$3x + 1 = (3x + 1)^2 \Rightarrow 3x(3x + 1) = 0$ $x = -\frac{1}{3} \text{ sau } x = 0, \text{ care convin}$	2p 3p
4.	$x - \frac{25}{100} \cdot x = 750, \text{ unde } x \text{ este prețul obiectului înainte de ieftinire}$ $x = 1000 \text{ de lei}$	3p 2p
5.	$OABC \text{ este paralelogram, deci segmentele } OB \text{ și } AC \text{ au același mijloc}$ $\text{Punctul } M(4,3) \text{ este mijlocul segmentului } OB, \text{ deci } x_C = 8 \text{ și } y_C = 4$	2p 3p
6.	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 90^\circ = 0$ $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cos 90^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$	3p 2p

## **SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$M(1) = I_2 + A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1$	3p 2p
<b>b)</b>	$M(a) \cdot M(b) - M(a+b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) - (I_2 + (a+b)A) = abA \cdot A$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$ Cum $A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I_2$ și $M(0) = I_2$ , obținem $M(a) \cdot M(b) - M(a+b) = 2abM(0)$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$	3p 2p
<b>c)</b>	$\det M(1) \neq 0$ , $(M(1))^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $X = M(0) \cdot (M(1))^{-1} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$	3p 2p
<b>2.a)</b>	$1 * (-1) = 4 \cdot 1 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + 3 = -4 + 4 - 4 + 3 = -1$	3p 2p

<b>b)</b>	$x * y = 4xy + 4x + 4y + 4 - 1 =$ $= 4x(y+1) + 4(y+1) - 1 = 4(x+1)(y+1) - 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x * \frac{1}{4} = 5x + 4$ , $(5x+4)*(-x) = 20(1-x^2) - 1$ , pentru orice număr real $x$ $20(1-x^2) = 20$ , de unde obținem $x = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(2x+4)(x+1) - (x^2 + 4x + 4)}{(x+1)^2} =$ $= \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}, x \in (-1, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+1)} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$ , deci dreapta de ecuație $y = x + 3$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}, x \in (-1, +\infty)$ $f''(x) > 0$ , pentru orice $x \in (-1, +\infty)$ , deci funcția $f$ este convexă	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (x^2 + 1)(f(x) - x^2) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) \cdot \frac{1}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 dx =$ $= x \Big _0^1 = 1 - 0 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\int_{-1}^1 x f(x) dx = \int_{-1}^1 \left( x^3 + \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx = \left( \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \right) \Big _{-1}^1 =$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left( x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \arctgx \right) \Big _0^1 = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{4}$ $\frac{n^2}{3} + \frac{\pi}{4} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow n^2 = 4$ și, cum $n$ este număr natural, obținem $n = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>