

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(3 - 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{5}{14} = \left(3 - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{14} =$ $= \frac{14}{5} \cdot \frac{5}{14} = 1$	3p 2p
2.	$f(m) = 6 \Leftrightarrow m^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0$ $m = -2$ sau $m = 2$	3p 2p
3.	$14 - x = 3x + 6 \Rightarrow 4x = 8$ $x = 2$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 2 numere care verifică inegalitatea dată, deci sunt 2 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 5$, $AC = 6$, $BC = 5$ $P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 5 + 6 + 5 = 16$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 30^\circ \cos 30^\circ + 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \frac{2}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 2 - 1 \cdot 1 =$ $= -4 - 1 = -5$	3p 2p
b)	$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & 3-x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x-3 & 1 \\ 1 & 3+x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} =$ $= 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 2A(0)$, pentru orice număr real x	3p 2p
c)	$\begin{pmatrix} (x-3)^2 + 1 & 0 \\ 0 & 1 + (3-x)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 = 0$ $x = 0$ sau $x = 6$	3p 2p
2.a)	$1 * 2 = 2 \cdot 1 + 2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 =$ $= 2 + 2 - 6 = -2$	3p 2p

b)	$x * (x-1) = 2x + (x-1) - 3x(x-1) = -3x^2 + 6x - 1$, unde x este număr real $-3x^2 + 6x - 1 = -1 \Leftrightarrow -3x(x-2) = 0$, deci $x = 0$ sau $x = 2$	3p 2p
c)	De exemplu, $a = \sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b = -2\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ $a * b = 2 \cdot \sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) - 3 \cdot \sqrt{2} \cdot (-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 12 = 12 \in \mathbb{N}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 =$ $= 5x^2(x^2 - 4x + 3) = 5x^2(x-3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$f(1) = 1$, $f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1)$, adică $y = 1$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0,1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,1]$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [1,3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,3]$ $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ și $f(3) = -27$, deci $-27 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [0,3]$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (e^x + 1) dx = (e^x + x) \Big _0^1 =$ $= (e + 1) - (1 + 0) = e$	3p 2p
b)	Cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (x^2 + x + 2) = 2$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (e^x + 1) = 2$ și $f(0) = 2$, obținem că $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$, deci funcția f este continuă în $x = 0$ Cum funcția f este continuă pe $(-\infty, 0)$ și pe $(0, +\infty)$, obținem că f este continuă pe \mathbb{R} , deci funcția f admite primitive pe \mathbb{R}	3p 2p
c)	$\int_{-1}^1 x f(x) dx = \int_{-1}^0 x(x^2 + x + 2) dx + \int_0^1 x(e^x + 1) dx = \int_{-1}^0 (x^3 + x^2 + 2x) dx + \int_0^1 (xe^x + x) dx =$ $= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big _{-1}^0 + \left(xe^x - e^x + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 1 \right) + \left(e - e + \frac{1}{2} \right) - (-1) = \frac{7}{12}$	2p 3p