Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+a_2+a_3+a_4=\frac{(a_1+a_4)\cdot 4}{2}=$	**3p**
	$=\frac{(2+11)\cdot 4}{2}=26$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2-2x=2x-4\Leftrightarrow (x-2)^2=0$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=2$, $y=0$	**2p**
3.	$\sqrt[3]{x+2}=2\Leftrightarrow x+2=8$	**3p**
	$x=6$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt $4\cdot 5=20$ de numere care au cifrele pare, deci sunt 20 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{20}{90}=\frac{2}{9}$	**1p**
5.	B este mijlocul segmentului AC, unde $C(a,b)$ este simetricul punctului A față de punctul B, deci $3=\frac{-1+a}{2}\Rightarrow a=7$	**3p**
	$1=\frac{5+b}{2}\Rightarrow b=-3$	**2p**
6.	$BC^2=AB^2+AC^2$, deci ΔABC este dreptunghic	**2p**
	$\cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{4}{5}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A+I_3=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&2&0\\1&1&2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A+I_3)=\begin{vmatrix}1&1&0\\0&2&0\\1&1&2\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=4+0+0-0-0-0=4$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&3&1\end{pmatrix}$, $A\cdot A\cdot A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&5&1\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot A\cdot A+A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&5&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2&0\\0&2&0\\2&6&2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&3&1\end{pmatrix}=2A\cdot A$	**3p**

c)	$B(x)=A+xI_3=\begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & 1+x & 0 \\ 1 & 1 & 1+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(x))=x(1+x)^2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$B(x)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(B(x)) \neq 0 \Leftrightarrow x(1+x)^2 \neq 0$, de unde obținem $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,0\}$	**3p**
2.a)	$2020*0=2020+a\cdot 0+1=$	**3p**
	$=2020+1=2021$, pentru orice număr real a	**2p**
b)	$(x*y)*z=(x+ay+1)*z=x+ay+1+az+1=x+ay+az+2$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+az+1)=x+a(y+az+1)+1=x+ay+a^2z+a+1$, pentru orice numere reale x, y și z și, cum, legea de compoziție „$*$” este asociativă, obținem $a=1$	**3p**
c)	$x*y=x-y+1$, deci $4^x-2^x+1=1$	**3p**
	$2^x\left(2^x-1\right)=0$, de unde obținem $x=0$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x-2)-(x-1)^2}{(x-2)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{(x-1)(2x-4-x+1)}{(x-2)^2}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**2p**
b)	$f'(3)=0$, $f(3)=4$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(3)=f'(3)(x-3)$, deci $y=4$	**3p**
c)	$f''(x)=\dfrac{2}{(x-2)^3}$, $x\in(2,+\infty)$	**2p**
	$f''(x)>0$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$, deci funcția f' este crescătoare pe $(2,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_1^e \frac{\sqrt{x^2+1}}{f(x)}dx=\int_1^e \frac{1}{x}dx=\ln x\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\ln e-\ln 1=1$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_1^2 f^2(x)dx=\int_1^2 x^2\left(x^2+1\right)dx=\left(\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}\right)\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=\dfrac{32}{5}+\dfrac{8}{3}-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{128}{15}$	**2p**
c)	$\displaystyle\int_0^a f(x)dx-\int_0^{2020} f(x)dx=\int_0^{2020} f(x)dx+\int_{2020}^a f(x)dx-\int_0^{2020} f(x)dx=\int_{2020}^a f(x)dx$, pentru orice $a\in[2020,+\infty)$	**3p**
	Pentru orice $x\in[0,+\infty)$, $f(x)\geq 0$, deci , pentru orice $a\in[2020,+\infty)$, $\displaystyle\int_{2020}^a f(x)dx\geq 0$, de unde obținem $\displaystyle\int_0^{2020} f(x)dx\leq\int_0^a f(x)dx$	**2p**