

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2,5 : 0,5 - 5 \left(6,5 - \frac{11}{2} \right) = 25 : 5 - 5(6,5 - 5,5) =$ $= 5 - 5 \cdot 1 = 0$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = -m, x_1 x_2 = 1$ $-m + 2 \cdot 1 = 1$, deci $m = 1$	2p 3p
3.	$\sqrt{x-2} = 3-1 \Rightarrow x-2 = 4$ $x = 6$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele divizibile cu 10 sunt: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 și 90, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 8, AC = 6, BC = 10$ $P_{ABC} = 6 + 8 + 10 = 24$	2p 3p
6.	Unghiul A este ascuțit $\Rightarrow \cos A > 0$ și, cum $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, obținem $\cos A = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} =$ $= \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + I_2) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 =$ $= 8 - 3 = 5$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} =$ $= 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = 4A$	3p 2p
c)	$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, deci $AX = \begin{pmatrix} x+z & y+t \\ 3x+3z & 3y+3t \end{pmatrix}$ și $XA = \begin{pmatrix} x+3y & x+3y \\ z+3t & z+3t \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x+z & y+t \\ 3x+3z & 3y+3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y & x+3y \\ z+3t & z+3t \end{pmatrix} \Leftrightarrow z = 3y$ și $x + 2y = t \Rightarrow X = \begin{pmatrix} x & y \\ 3y & x+2y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale, deci există o infinitate de matrice $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X = X \cdot A$	3p 2p

2.a)	$1 * 2 = \frac{1 \cdot 2 + 1 + 2 - 1}{2} =$	3p
	$= \frac{4}{2} = 2$	2p
b)	$\frac{x^2 + 2x - 1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) \leq 0$	3p
	$x \in [-3, 1]$	2p
c)	$(-1) * x = -1$, unde x este număr real	2p
	$(-1) * 0 * 1 * \dots * 2020 = (-1) * (0 * 1 * \dots * 2020) = -1$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2x - \frac{2}{x} =$	3p
	$= \frac{2(x^2 - 1)}{x} = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	2p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$	1p
	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$	2p
	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$	2p
c)	Pentru orice $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq f(1)$ și, cum $f(1) = 1$, obținem $x^2 - 2 \ln x \geq 1$	2p
	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \ln \frac{2}{3} \geq 1$, deci $2 \ln \frac{2}{3} \leq \frac{4}{9} - 1$, de unde obținem $\ln \frac{2}{3} \leq -\frac{5}{18}$	3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) + 2020x - 1) dx = \int_0^1 x^{2020} dx = \frac{x^{2021}}{2021} \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{1^{2021} - 0^{2021}}{2021} = \frac{1}{2021}$	2p
b)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă oarecare a funcției f , deci $F'(x) = f(x)$, pentru orice număr real x	2p
	$F''(x) = f'(x) = 2020x^{2019} - 2020 = 2020(x^{2019} - 1) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci orice primitivă F a funcției f este convexă pe $[1, +\infty)$	3p
c)	$\int_0^1 (f(-x) - f(x)) e^x dx = \int_0^1 4040x e^x dx = 4040 \int_0^1 x e^x dx = 4040x e^x \Big _0^1 - 4040 \int_0^1 e^x dx =$	3p
	$= 4040e - 4040e^x \Big _0^1 = 4040e - 4040e + 4040 = 4040$	2p