

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Test 6

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați primul termen al unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_3 = 12$  și rația  $q = 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$ . Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care  $f(x) \geq f(1)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(x+1) = \log_5(11-x)$ .
- 5p 4. Calculați  $C_{11}^9 - C_{11}^2$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-3,4)$ ,  $B(1,0)$  și  $C(5,4)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că  $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A \cdot A \cdot A = A$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , astfel încât  $A \cdot X = I_2 + 3A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ .
- 5p a) Arătați că  $2 * 2020 = 2$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x * y = (x-2)(y-2) + 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele naturale  $m$  și  $n$  pentru care  $m * n = 13$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2(x-1)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 2xe^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $xe^x \geq e^x - 1$ , pentru orice număr real  $x$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+2}{x+4}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^2 (x+4)f(x) dx = 6$ .
- 5p b) Calculați  $\int_{-2}^0 f(x) dx$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\int_{-3}^a f'(x)f''(x) dx = 2 \left( \frac{1}{(a+4)^4} - 1 \right)$ , pentru orice  $a \in (-3, +\infty)$ .