

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} : 0,5\right) \cdot \frac{12}{13} = 1$.
- 5p 2. Arătați că $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 4$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 7x + 10 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+1} = 6$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 11.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$. Determinați lungimea înălțimii din vârful O al triunghiului AOB .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $BC = 5\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $2A - A \cdot A = I_2$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , y și z , pentru care $A \cdot \begin{pmatrix} x-2 & y \\ z+1 & 1 \end{pmatrix} - I_2 = O_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x^2 + y^2 - 1$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (0 \circ 2) = 12$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (-x) = 3$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m \circ n = -mn$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$.
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + 3x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^2 - 3x) dx = 0$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^3 - x^2) e^x dx = 3$.

5p c) Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitiva funcției f pentru care $F(0) = 1$. Demonstrați că

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{F^2(x)} dx = \frac{25}{37}.$$