

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Test 13

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\sqrt{16} - \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} - 2^2 = 0$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + a^2$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$ , pentru care  $f(1) = 2$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{3x+1} = 3^4$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie impar.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,1)$  și  $B(3,7)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $B$  față de punctul  $A$ .
- 5p 6. Dacă  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  și  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , arătați că  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(x) = B + xI_2$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = -5$ .
- 5p b) Arătați că  $A \cdot M(x) = M(x) \cdot A$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot A - 3(A + M(x)) = I_2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$ .
- 5p a) Arătați că  $2020 * (-3) = -3$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(6 * x) * 6 = 6$ .
- 5p c) Determinați numerele reale nenule  $x$  pentru care  $x * \frac{1}{x} = -3$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x(x^2 - 3) + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x+1} = -3$ .
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4 + x + e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) - x - e^x) dx = \frac{2}{5}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_1^e (f(x) - x^4 - e^x) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_0^a f(x) dx = \frac{5a^2 + 54}{10} + e^a$ .