

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Test 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\left(2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{15}{16} + \sqrt[3]{-8} = 0$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(4, 0)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + a$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x+1} = 5$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ , acesta să fie multiplu de 6.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 5)$  și  $B(7, 5)$ . Determinați lungimea segmentului  $OM$ , unde punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Pentru  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos x = \frac{5}{13}$ , arătați că  $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $B \cdot B + A = O_2$ .
- 5p c) Determinați  $x, y \in (0, +\infty)$ , pentru care  $A \cdot B + B \cdot A - (A + B) = \begin{pmatrix} \log_2 x & 0 \\ 0 & \log_3 y \end{pmatrix}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x + \frac{y}{5} + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $2020 * 5 = 2022$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(x * x) * x = \frac{24}{5}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $5^x * 5^{x+1} = 11$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^3 + 3x + 9$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 7}{x - 2} = -9$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \leq 11$ , pentru orice  $x \in [-1, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 f(x) \cdot (x^2 + 1) dx = 0$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 (x^2 + 1) e^x f(x) dx$ .
- 5p c) Determinați  $a \in (0, +\infty)$  pentru care  $\int_0^a (f(x) - f(-x)) dx = \ln(2a)$ .