

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Test 15

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) : \frac{17}{60} = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 1$ . Calculați  $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4) \cdot f(5)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{4x-3} = 5$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $x$  din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $x^2 - 2x \leq 0$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,6)$  și  $B(6,0)$ . Arătați că triunghiul  $AOB$  este isoscel.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$  cu  $AB = 6$  și  $AC = 8$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(B(1)) = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $A \cdot A - 2A = I_2$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot B(x) = I_2$ .
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy + x + y - 2$ .
- 5p a) Arătați că  $(-1) * 2020 = -3$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * (2x) = 3$ .
- 5p c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $m * n = -1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - 5x + \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-1)(4x-1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$ .
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) - x^2 - x - 1) dx = 0$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2+1} \cdot e^x dx = (ae)^2 - e$ .