

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT

2020

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $x_1 = x_2 \Leftrightarrow \Delta = 0$ $\Delta = m^2 - 4$ , deci $m^2 - 4 = 0$ $m = -2$ sau $m = 2$	3p 2p 2p	
	b) $x_1 + x_2 = m$ , $x_1 x_2 = 1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = m^2 - 2$ $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = m^3 - 3m$ $x_1 + x_2 + x_1^3 + x_2^3 = 2(x_1^2 + x_2^2) \Leftrightarrow m^3 - 2m = 2(m^2 - 2) \Leftrightarrow (m^2 - 2)(m - 2) = 0$ , deci $m = -\sqrt{2}$ , $m = \sqrt{2}$ sau $m = 2$	3p 1p 4p	
2.	a) $BP \perp AD$ , deci $\sphericalangle APH$ are măsura de $90^\circ$ și $DQ \perp AB$ , deci $\sphericalangle AQH$ are măsura de $90^\circ$ Suma măsurilor unghiurilor $APH$ și $AQH$ este de $180^\circ$ , deci suma măsurilor unghiurilor $PAQ$ și $PHQ$ este de $180^\circ$ $\sphericalangle DHB$ și $\sphericalangle PHQ$ sunt opuse la vârf, deci au aceeași măsură, de unde obținem că suma măsurilor unghiurilor $DHB$ și $DAB$ este de $180^\circ$ , deci $\sphericalangle DHB$ și $\sphericalangle DAB$ sunt suplementare	2p 2p 3p	
	b) $\sphericalangle DAB$ și $\sphericalangle ABC$ sunt suplementare, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle FHE$ Cum $BC = HE$ și $AB = FH$ , obținem că $\triangle ABC \equiv \triangle FHE$ Rezultă că $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle HFE$ , deci $\sphericalangle QAM \equiv \sphericalangle QFM$ , unde $\{M\} = AC \cap EF$ , de unde obținem că patrulaterul $AQMF$ este inscripabil, deci $\sphericalangle AMF \equiv \sphericalangle AQF \Rightarrow AC \perp EF$	2p 3p 3p	
3.	a) $x, y \in M \Rightarrow x = 3k + 2$ și $y = 3l + 2$ , unde $k, l \in \mathbb{Z}$ $x \circ y = 3(xy + x + y + 1) + x + y + 1$ , pentru orice $x, y \in M$ $x \circ y = 3((3k + 2)(3l + 2) + 4k + 4l + 6) + 2 \in M$ , deci $M$ este parte stabilă a lui $\mathbb{Z}$ în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ”	2p 2p 3p	
	b) $x \circ (-1) = (-1) \circ x = x$ , pentru orice $x \in \mathbb{Z}$ , deci $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ” $x \in \mathbb{Z}$ simetrizabil în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ”, deci există $x' \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x \circ x' = x' \circ x = -1$ , de unde obținem $3xx' + 4x + 4x' + 4 = -1$ $(3x + 4)(3x' + 4) = 1$ și, cum $x, x' \in \mathbb{Z}$ , obținem $3x + 4 = -1$ sau $3x + 4 = 1$ $x = -\frac{5}{3}$ , care nu convine; $x = -1$ , care convine	1p 2p 3p 2p	
4.	a) $f'(x) = \frac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2}$ , $x \in (0, +\infty)$	2p	
	Dacă $g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$ , atunci $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} = -\frac{x}{(x+1)^2} \leq 0$ , pentru orice $x \in [0, +\infty)$	2p	

<p><math>g</math> este descrescătoare pe <math>[0, +\infty)</math> și, cum <math>g(0)=0</math>, obținem <math>\frac{x}{x+1} - \ln(x+1) \leq 0</math>, deci <math>f'(x) \leq 0</math>, pentru orice <math>x \in (0, +\infty)</math>, deci funcția <math>f</math> este descrescătoare pe <math>(0, +\infty)</math></p>	<b>3p</b>
<p><b>b)</b> <math>\int_1^e \left( f(x) + \frac{\ln x}{x+1} \right) dx = \int_1^e \frac{\ln(x+1)}{x} dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x+1} dx =</math></p>	<b>2p</b>
<p><math>= \int_1^e (\ln x)' \ln(x+1) dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x+1} dx =</math></p>	<b>3p</b>
<p><math>= \ln x \ln(x+1) \Big _1^e - \int_1^e \frac{\ln x}{x+1} dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x+1} dx = \ln e \ln(e+1) = \ln(e+1)</math></p>	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<p><i>Itemul de tip alegere multiplă</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței/competențelor evaluate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de completare</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței/competențelor evaluate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de tip întrebare structurată</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței/competențelor evaluate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>