

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}-1)^2-(2\sqrt{2}-3)=(2-1)-(2-2\sqrt{2}+1)-(2\sqrt{2}-3)=$ $=1-3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3=1$	3p 2p
2.	$x-5 \leq 2$ $x \leq 7$, deci $x \in (-\infty, 7]$	2p 3p
3.	$x^3+1=9 \Leftrightarrow x^3=8$ $x=2$, care convine	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 4 moduri, iar, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 3 moduri, deci se pot forma $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ de numere	2p 3p
5.	$x_M = \frac{6+(-6)}{2} = 0$, $y_M = \frac{4+4}{2} = 4$, deci $M(0,4)$ $N(0,2)$, unde punctul N este mijlocul segmentului OM	3p 2p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{7}{BC}$ $BC = 14$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$4 * 2020 = 4 \cdot 2020 - 4(4 + 2020) + 20 =$ $= 4 \cdot 2020 - 4 \cdot 4 - 4 \cdot 2020 + 20 = -16 + 20 = 4$	2p 3p
2.	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$ $= x(y-4) - 4(y-4) + 4 = (x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$(x-4)^2 + 4 \leq 5 \Leftrightarrow (x-4)^2 \leq 1$ $x \in [3, 5]$	3p 2p
4.	$x * 5 = (x-4)(5-4) + 4 = x-4+4 = x$, pentru orice număr real x $5 * x = (5-4)(x-4) + 4 = x-4+4 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 5$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p
5.	$(4^x - 4)(x-4) + 4 = 4 \Leftrightarrow (4^x - 4)(x-4) = 0$ $x = 1$ sau $x = 4$	3p 2p
6.	$x * 4 = 4$, $4 * y = 4$, unde x și y sunt numere reale $((1 * 2 * 3) * 4) * 5 * \dots * 2020 = 4 * (5 * 6 * \dots * 2020) = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$M(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 4 \cdot 2 =$ $= 3 - 8 = -5$	3p 2p
2.	$M(x) + M(x+2) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & x+2 \\ 2x+4 & x+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2x+2 \\ 4x+4 & 2x+4 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ 2(x+1) & x+1+1 \end{pmatrix} = 2M(x+1), \text{ pentru orice număr real } x$	3p 2p
3.	$\det(M(x)) = \begin{vmatrix} 1 & x \\ 2x & x+1 \end{vmatrix} = x+1 - 2x^2, \text{ pentru orice număr real } x$ $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ sau } x = 1$	2p 3p
4.	$M(x) \cdot M(y) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y \\ 2y & y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2xy & y+xy+x \\ 2x+2xy+2y & 3xy+x+y+1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+2yx & x+yx+y \\ 2y+2yx+2x & 3yx+y+x+1 \end{pmatrix} = M(y) \cdot M(x), \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	3p 2p
5.	$M(x) \cdot M(-x) = \begin{pmatrix} 1-2x^2 & -x^2 \\ -2x^2 & -3x^2+1 \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } x$ $\begin{pmatrix} 1-2x^2 & -x^2 \\ -2x^2 & -3x^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x=0, \text{ care convine}$	3p 2p
6.	$nM(x) - xM(n) = \begin{pmatrix} n-x & 0 \\ 0 & n-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(nM(x) - xM(n)) = (n-x)^2, \text{ de unde obținem}$ $(n-x)^2 \leq n^2 \Leftrightarrow x^2 - 2nx \leq 0 \Leftrightarrow x \in [0, 2n], n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{Z}$ $0+1+2+\dots+2n = 36 \Leftrightarrow \frac{2n(2n+1)}{2} = 36 \Leftrightarrow 2n^2 + n - 36 = 0 \text{ și, cum } n \text{ este număr natural}$ <p>nenul, obținem $n = 4$</p>	3p 2p